РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ОЛИМПИАДЫ
«ЮНЫЕ ТАЛАНТЫ» ПО ФИЗИКЕ
17 ноября 2018 г.

8 класс

Задача № 1

В медном баллоне массой 50 г первоначально находилось 500 г льда при температуре – 10 °C. В баллон впустили 100 г водяного пара при температуре 100 °C. Какой будет температура в баллоне после установления теплового равновесия. Потерями тепла пренебречь. Удельная теплоёмкость льда 2.1 кДж/кг·°C, воды – 4.2 кДж/кг·°C, меди – 390 Дж/кг·°C; удельная теплота плавления льда 334 кДж/кг; удельная теплота парообразования воды 2.3 МДж/кг.

Решение

Введём обозначения: $t_0 = -10$ °C – начальная температура льда и баллона, $t_1 = 100$ °C – температура пара, $m_\delta = 0.05$ кг – масса баллона, $m_0 = 0.5$ кг – масса льда, $m_1 = 0.1$ кг – масса пара, $c_\delta = 390$ Дж/кг·°C – удельная теплоёмкость меди, $c_0 = 2100$ Дж/кг·°C – удельная теплоёмкость льда, $c_1 = 4200$ Дж/кг·°C – удельная теплоёмкость воды, $L = 2.3 \cdot 10^6$ Дж/кг – удельная теплота парообразования, $\lambda = 334 \cdot 10^3$ Дж/кг – удельная теплота плавления. Искомую установившуюся температуру в баллоне обозначим t.

Наиболее простой способ решения задачи – предположить, в каком агрегатном состоянии окажется содержимое баллона после установления теплового равновесия, после чего подтвердить или опровергнуть предположение расчётом. В данном случае в баллоне будет жидкая вода. Уравнение теплового баланса примет вид:

$$m_1c_1(t_1 - t) + m_1L = m_\delta c_\delta(t - t_0) + c_0m_0(-t_0) + \lambda m_0 + c_1m_0t.$$

В уравнении учтено, что температура плавления льда 0 °C. Искомая температура таким образом:

$$t = \frac{m_1(c_1t_1 + L) + m_0(c_0t_0 - \lambda) + m_\delta t_0}{m_\delta c_\delta + c_1(m_0 + m_1)}.$$

Подстановка числовых значений даёт $t \approx 37.1$ °C.

Критерии оценивания

Записано уравнение теплового баланса + 5 баллов.
Получен окончательный ответ + 5 баллов.

Задача № 2

Система (рис. 1) представляет собой два вертикальных сообщающихся сосуда, в которые налита ртуть. Площадь сечения левого сосуда S_1 = 50 см^2, правого – S_2 = 100 см^2. Поверх ртути в левое колено налита вода, массой m_1 = 1 кг, а в правое – керосин, массой m_2 = 2 кг. Над жидкостями находятся лёгкие поршни, способные двигаться без трения. Шатуны поршней соединены лёгким горизонтальным стержнем длиной L = 1 м. Грузик какой массы и в какую точку стержня необходимо подвесить, чтобы система оставалась в равновесии, а уровень ртути в правом колене был на h = 10 см выше, чем в левом? Плотность ртути 13.6 г/см^3.

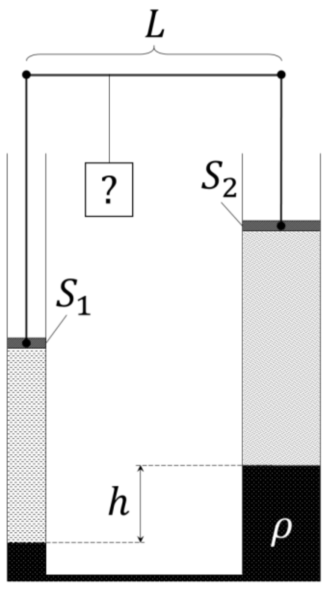

Рис. 1

Решение

Из условий задачи ясно, что $m_2 = 2m_1, S_2 = 2S_1$. Выполним рисунок (рис. 2) с указанием сил, действующих со стороны поршней на жидкость. Соответственно, со стороны жидкости на поршни действуют равные по модулю, но противоположно направленные силы. Искомую массу груза обозначим m, расстояние от левого конца стержня до точки подвеса груза обозначим x.

Так как жидкости в системе находятся в равновесии, то давление на уровне AB одинаковы.

$$\frac{m_1g}{S_1} + \frac{F_1}{S_1} = \frac{m_2g}{S_2} + \rho gh + \frac{F_2}{S_2} \qquad (1)$$

После упрощения

$$F_1 = \rho g h S_1 + \frac{F_2}{2}. \qquad (2)$$

Горизонтальный стержень находится в равновесии, значит его можно рассматривать как рычаг, выбрав произвольную точку в качестве точки опоры. В данном случае «точкой опоры» будем считать левый конец стрежня. Правило моментов даёт:

$$mgx = F_2 L. \qquad (3)$$

Силы, действующие на рычаг со стороны грузов и поршней скомпенсированы.

$$mg = F_1 + F_2 \qquad (4)$$

Выразим F_1 и F_2 из (3) и (4)

$$F_1 = \frac{mg(L-x)}{L}, \quad F_2 = \frac{mgx}{L},$$

подставим в (2) и умножим обе части выражения на ${}^{2L}/_{g}$

$$2m(L-x) = 2\rho h L S_1 + mx$$

$$m = \frac{2\rho h L S_1}{2L-3x}. \qquad (5)$$

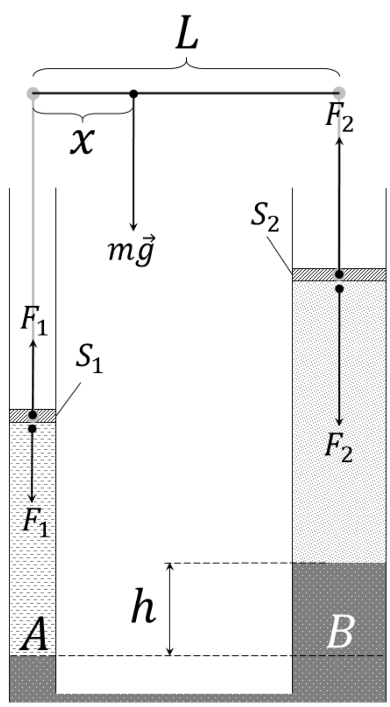

Рис. 2

Подстановка числовых значений в (5) даёт зависимость между массой груза и его положением на стержне.

$$m = \frac{13.6}{2-3x} \qquad (6)$$

При $x > \frac{2}{3}$ м зависимость (6) теряет физический смысл, при этом масса должна быть отрицательной; масса не определена при $x = \frac{2}{3}$ м. Таким образом, груз следует подвесить не дальше $\frac{2}{3}$ м от левого конца стержня, а массу груза выбрать из (6).

Критерии оценивания

Выполнен рисунок с указанием сил, действующих на поршни и стержень + 1 балл.
Записано (1) + 2 балла.
Записано (3) или иное равенство моментов + 2 балла.
Записано (4) + 1 балла.
Получено (5) и/или (6) + 2 балла.
Имеется анализ полученной зависимости массы от положения груза на стержне + 2 балла.

Задача № 3

Иннокентий Посчиталов спешил на занятия в Пермский государственный национальный исследовательский университет. Первую четверть пути он прошёл пешком со скоростью 5 км/ч, затем сел в автобус и проехал ${}^{2}/_{3}$ оставшегося пути со скоростью 19 км/ч, последний отрезок пути он пробежал со скоростью 7 км/ч. Какова средняя скорость Иннокентия на всем пути? Каковы средние скорости за первую и вторую *половины времени* путешествия?

Решение

Введём обозначения: $v_1 = 5$ км/ч – скорость на первой части пути, $v_2 = 19$ км/ч –на второй части пути, $v_3 = 7$ км/ч – на третьей. Весь путь обозначим S, среднюю скорость на всём пути, за первую и вторую половины времени пути обозначим $\overline{v}$, $\overline{v_I}, \overline{v_{II}}$ соответственно. Таким образом, первая часть пути – $\frac{S}{4}$, вторая – $\frac{2}{3} \cdot \frac{3S}{4} = \frac{S}{2}$ и третья – $\frac{S}{4}$. Время, затраченное на первую часть пути – $t_1 = \frac{S}{4v_1}$, на вторую – $t_2 = \frac{S}{2v_2}$ и третью – $t_3 = \frac{S}{4v_3}$. Выполним схематический рисунок (рис. 3) с указанием скоростей, расстояний и интервалов времени.

По определению средняя скорость

$$\bar{v}=\frac{S}{t}=\frac{S}{t_1+t_2+t_3}=\frac{4v_1v_2v_3}{v_2v_3+2v_1v_3+v_1v_2},$$

подстановка числовых значений даёт $\bar{v}\approx 8.9$ км/ч.

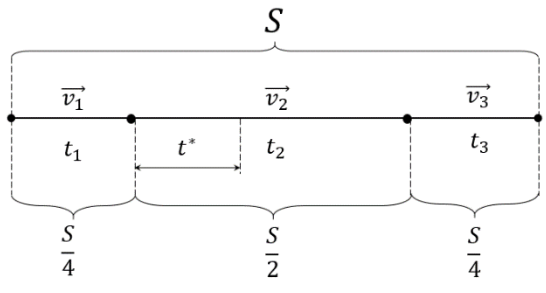

Рис. 3

Половина времени путешествия

$$\frac{t}{2}=\frac{S(v_2v_3+2v_1v_3+v_1v_2)}{8v_1v_2v_3}>t_1,$$

Таким образом, часть первой половины времени путешествия t^* Иннокентий двигался со скоростью v_2.

$$t^*=\frac{t}{2}-t_1=\frac{S(-v_2v_3+2v_1v_3+v_1v_2)}{8v_1v_2v_3}$$

Расстояние, пройдённое Иннокентием за первую половину времени путешествия

$$S_I=v_1t_1+v_2t^*=\frac{S(-v_2v_3+4v_1v_3+v_1v_2)}{8v_1v_3}.$$

$$\overline{v_I}=\frac{S_I}{t/2}=v_2\cdot\frac{4v_1v_3+v_1v_2-v_2v_3}{v_2v_3+2v_1v_3+v_1v_2}$$

$$\overline{v_{II}}=\frac{S-S_I}{t/2}=v_2\cdot\frac{6v_1v_3+v_2v_3-v_1v_2}{v_2v_3+2v_1v_3+v_1v_2}$$

Подстановка числовых значений даёт $\overline{v_I}\approx 6.5$ км/ч, $\overline{v_{II}}\approx 15.8$ км/ч.

Критерии оценивания

Найдено значение средней скорости на всём пути + 3 балла.
Найдено значение средней скорости за первую половину времени путешествия + 5 баллов.
Найдено значение средней скорости за вторую половину времени путешествия + 2 балла.

Задача № 4

На рисунке 4 сплошной линией показан участок зависимости силы сопротивления движению автомобиля от его скорости. Построить график зависимости расхода топлива от скорости автомобиля на аналогичном интервале скоростей. В качестве топлива используется бензин. Плотность бензина 710 кг/м^3, удельная теплота сгорания – 46 МДж/кг. КПД автомобиля 30 %. В качестве единицы расхода топлива использовать количество литров горючего, потребляемых на 100 км пути (л/100км)

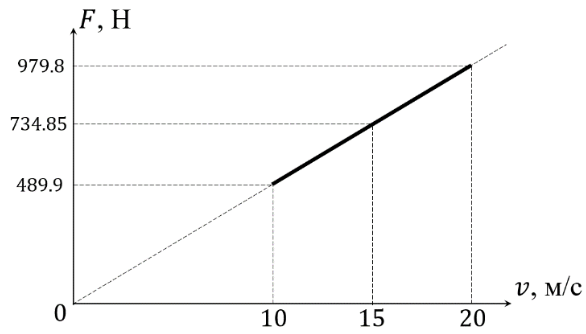

Рис. 4

Решение

Введём обозначения: плотность бензина $\rho=710$ кг/м^3, удельная теплота сгорания – $q=46\cdot 10^6$ Дж/кг, КПД в долях единицы $\eta=0.3$. Силу тяги автомобиля обозначим F_T.

Работа силы тяги, совершенная на некотором пути ℓ равна полезной работе двигателя

$$F_T\ell=\eta\rho qV, \tag{1}$$

где V – объем сгоревшего по пути ℓ топлива. Таким образом, расход топлива на пути в 1 мы

$$\frac{V}{\ell}=\frac{F_T}{\eta\rho q}.$$

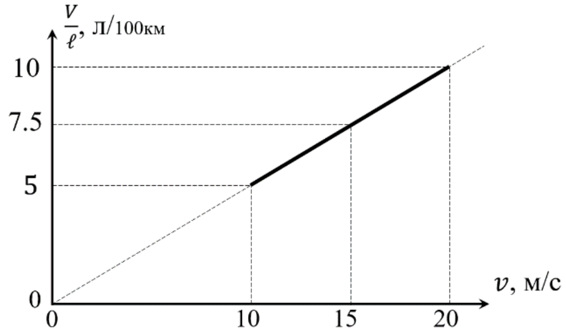

Рис. 5

Полезная работа двигателя – работа, совершаемая против силы сопротивления движению, поэтому $F=F_T$, а исходя из графика $F=kv$, где v – скорость автомобиля, $k=48.99$ Н·с/м. В результате, расход:

$$\frac{V}{\ell} = \frac{kv}{\eta\rho q}. \tag{2}$$

$\frac{V}{\ell}$ измеряется в м^3/м, произведём перевод в л/100км.

$$\left[\frac{\text{м}^3}{\text{м}}\right] = \left[\frac{10^{-3}\text{л}}{10^{-5}\cdot 100\text{км}}\right] = 10^{-8}\left[\frac{\text{л}}{100\text{км}}\right] \tag{3}$$

С учётом (3), искомая зависимость:

$$\frac{V}{\ell} = \frac{kv}{\eta\rho q}\cdot 10^{-8},$$

$$\frac{V}{\ell} = \frac{v}{2}. \tag{4}$$

Искомая зависимость имеет вид, представленный на рисунке 5.

Критерии оценивания

Записано (1) + 3 балла.
Произведён анализ графика, указано равенство силы тяги силе сопротивления, получено (2) + 3 балла.
Произведён перевод единиц, получено (3) + 2 балла.
Построен график зависимости расхода топлива от скорости + 2 балла.

9 класс

Задача № 1

На наклонной плоскости с углом α = 30° при основании находится ружьё, стреляющее резиновыми шариками. Под каким углом к горизонту необходимо выстрелить из ружья, чтобы при ударе о наклонную плоскость шарик отскочил вертикально вверх? Удар шарика о плоскость считать абсолютно упругим, трением воздуха пренебречь.

Решение

Выполним рисунок (рис 6), на котором укажем направление скорости пули в момент вылета из пушки, непосредственно перед ударом о плоскость и после отскока. Искомый угол обозначим β. Так как удар шарика о плоскость абсолютно упругий, то угол падения равен углу отскока, из геометрических соображений оба равны α. Обозначим γ угол между горизонталью и направлением скорости пули перед ударом о плоскость. Введём систему координат xOy.

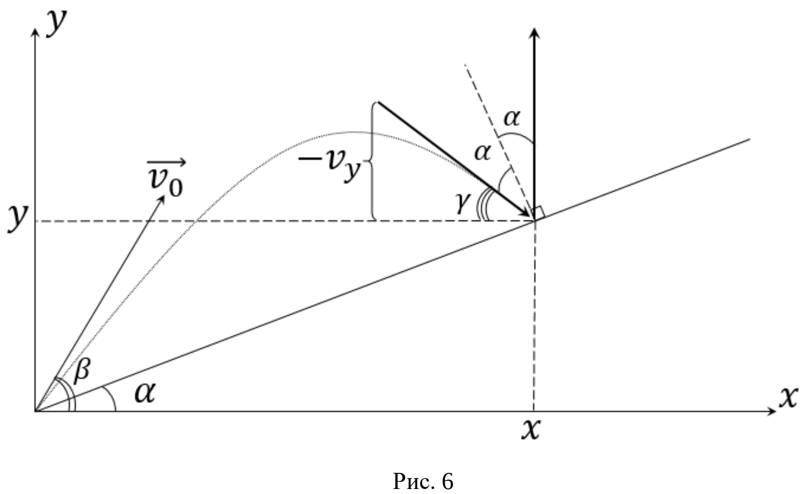

Рис. 6

Уравнения скорости пули, в проекциях на оси координат имеют вид:

$$\begin{matrix} Oy\colon & v_y = v_0\sin\beta - gt \\ Ox\colon & v_x = v_0\cos\beta \end{matrix}. \tag{1}$$

При этом справедливо:

$$\tan\gamma = -\frac{v_y}{v_x}. \tag{2}$$

Из (1) и (2) получаем:

$$v_0(\sin\beta + \cos\beta \cdot \tan\gamma) = gt. \quad (3)$$

Уравнения перемещения, в проекции на оси координат имеют вид:

$$Ox:\quad x = v_0\cos\beta \cdot t$$
$$Oy:\quad y = v_0\sin\beta \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad (4)$$

При этом справедливо:

$$y = x\tan\alpha. \quad (5)$$

Из (4) и (5) получаем:

$$2v_0(\sin\beta - \cos\beta \cdot \tan\alpha) = gt. \quad (6)$$

Приравняем левые части (3) и (6), после упрощения получим:

$$2\tan\alpha + \tan\gamma = \tan\beta, \quad (7)$$

где $\gamma = 90° - 2\alpha$. Подстановка числовых значений даёт $\tan\beta = \sqrt{3}$, значит $\beta = 60°$.

Критерии оценивания

Выполнен поясняющий рисунок с указанием скоростей и углов + 2 балла.
Записано (1) и (4) + 2 балла.
Получено (7) + 5 баллов.
Найдено точное значение β + 1 балл.

Задача № 3

Электрическую лампочку последовательно с резистором сопротивлением 10 Ом включили в сеть напряжением 14 В. Зависимость силы тока в лампочке от напряжения на ней представлена на рисунке 7. Какую мощность будет потреблять лампочка?

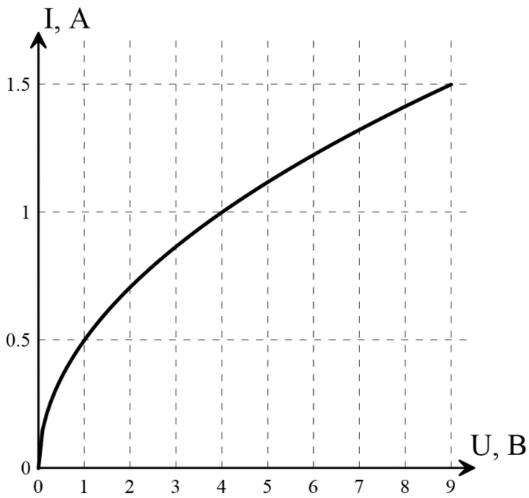

Рис. 7

Решение

Введём обозначения: напряжение сети $U_0 = 14$ В, сопротивление резистора $R = 10$ Ом, искомая мощность P.

Суммарное напряжение на лампе и резисторе равно напряжению сети.

$$U_0 = IR + U \quad (1)$$

Исходя из графика, для напряжения на лампочке справедливо:

$$U = kI^2, \quad (2)$$

где $k = 4$ В/А^2. Подставляя (1) в (2) получаем квадратное уравнение для силы тока в лампе.

$$kI^2 + RI - U_0 = 0$$

$$2I^2 + 5I - 7 = 0$$

Неотрицательным корнем уравнения является $I = 1$, чему соответствует напряжение U=4 В. Искомая мощность $P = IU = 4$ Вт.

Критерии оценивания

Записано (1) + 1 балл.
Произведён анализ графика, получено (2) + 4 балла.
Получен окончательный ответ + 5 баллов.

Задачи 2 и 4 для 9 класса соответствуют задачам 8 класса. Представленные решения не являются единственно верными, а критерии оценивания носят рекомендательный характер.